

Fecha de recepción: 13/10/2022

Fecha de aprobación: 28/03/2023

## Pruebas de bondad de ajuste Kolmogórov-Smirnov y Ji-cuadrada aplicadas a la toma de decisiones empresariales

Carlos Ernesto Flores Tapia<sup>1</sup>, Karla Lissette Flores Cevallos<sup>2</sup>

### Resumen

El objetivo del presente artículo es probar las hipótesis planteadas por la gerencia en dos estudios de caso empresariales, para lo cual se aplican pruebas estadísticas no paramétricas de bondad de ajuste: Kolmogórov-Smirnov y Ji-cuadrada. En los dos casos estudiados se busca la solución mediante procedimientos estadísticos estándar para cada una de las pruebas no paramétricas de bondad de ajuste consideradas en esta investigación. En uno de los casos se ha comprobado que las solicitudes de los productos de la línea estrella, por parte de sus clientes minoristas, tienen una diferencia significativa entre la distribución de frecuencias observadas y las esperadas o teóricas y, en el otro caso, el nivel de cumplimiento de pagos del microcrédito por parte de sus clientes con respecto al promedio de cumplimiento de pagos del sector cooperativo en la zona central del Ecuador es diferente. El estudio demuestra la aplicabilidad y utilidad

de las pruebas de bondad de ajuste para contrastar hipótesis relativas a estudios de caso empresariales, las cuales pueden apoyarse en herramientas informáticas especializadas que agilizan los tiempos de procesamiento y ahorran costos significativos a las organizaciones, particularmente en escenarios complejos como el generado por la actual crisis del COVID-19.

**Palabras Claves:** Estadística, Empresa, Toma de decisiones.

### Abstract

The objective of this article is to test the hypotheses put forward by management in two business case studies, for which non-parametric statistical tests of goodness of fit are applied: Kolmogorov-Smirnov and Chi-square. In the two cases studied, the solution is sought using standard statistical procedures for each of the non-parametric goodness-of-fit tests

<sup>1</sup> Carlos Ernesto Flores Tapia, <http://orcid.org/0000-0002-1892-6309>, Pontificia Universidad Católica del Ecuador, [cflores@pucesa.edu.ec](mailto:cflores@pucesa.edu.ec)

<sup>2</sup> Karla Lissette Flores Cevallos, <http://orcid.org/0000-0003-0851-5319>, Fundación Los Andes, Ecuador, [karla.floresceva@alum.uca.es](mailto:karla.floresceva@alum.uca.es)

considered in this investigation. In one of the cases, it has been found that the requests for the products of the star line, by their retail customers, have a significant difference between the distribution of observed frequencies and those expected or theoretical and, in the other case studied, the level of fulfillment of microcredit payments by its clients with respect to the average of fulfillment of payments of the cooperative sector in the central zone of Ecuador is different. The study demonstrates the applicability and usefulness of goodness-of-fit tests to contrast hypotheses related to business case studies, which can be supported by specialized computer tools that speed up processing times and save significant costs for organizations, particularly in complex scenarios, such as the one generated by the current COVID-19 crisis.

**Keywords:** Statistics, Business, Decision making.

## Introducción

Los escenarios que rodean a las industrias en el mundo globalizado del siglo XXI, donde los adelantos tecnológicos y científicos están en constante evolución, hacen que la exigencia de calidad de los productos y servicios sea cada vez mayor. En la actualidad, uno de los factores claves para el éxito de una industria es hacer uso de toda su capacidad de conocimiento y aprendizaje, así como de su experiencia.

La inferencia estadística mediante las pruebas de hipótesis en el sector empresarial es uno de los elementos que más puede contribuir al aprendizaje y a la mejora de los productos y procesos. En ese sentido, la aplicación de la estadística se presenta como una herramienta efectiva para entender y optimizar la oferta de bienes y servicios del sector empresarial.

Los estadísticos utilizados para la verificación de hipótesis empresariales pueden ser de tipo paramétrico y no paramétrico. Los primeros parten del supuesto que las muestras provienen de poblaciones con distribución normal, y los segundos son útiles si la distribución de la que proviene la muestra no está especificada o se ha probado que no cumple con el supuesto de normalidad

(Anderson et al., 2016; Flores-Ruiz et al., 2017).

En la presente investigación se procede con el estudio de dos casos referidos a empresas de la provincia de Tungurahua-Ecuador que requieren la aplicación de los métodos no paramétricos denominados de bondad de ajuste mediante la prueba de Kolmogórov-Smirnov y la Ji-cuadrada. En el primer caso, Lascano Sánchez Importaciones (2023) es una empresa ubicada en la ciudad de Ambato-Ecuador, que se dedica a la importación y comercialización mayorista de bisutería, juguetes, cosméticos y útiles escolares, principalmente; y los directivos necesitan saber si las solicitudes de los productos de su línea estrella -bisutería- por parte de sus clientes minoristas, tiene o no una diferencia significativa entre la distribución de frecuencias observadas y las esperadas o teóricas.

El segundo caso tiene como objeto de estudio a la Cooperativa de Ahorro y Crédito Ambato Ltda., organización del sector de la Economía Social, ubicada en la provincia de Tungurahua-Ecuador (Cooperativa Ambato, 2023). La entidad está interesada en mejorar su cartera de microcrédito mediante la implementación de estrategias que favorezcan su crecimiento y sosteni-

bilidad. Esta iniciativa implica analizar el entorno competitivo, para lo cual la gerencia considera que el punto de partida es comparar la situación en cuanto al nivel de cumplimiento de pagos del microcrédito por parte de sus clientes con respecto al promedio de cumplimiento de pagos del sector cooperativo en la zona central del Ecuador; siendo esta una de las variables clave auditadas por la Superintendencia de Economía Popular y Solidaria para la respectiva certificación.

Señalado lo anterior, el objetivo de la investigación es contrastar hipótesis relativas a estudios de caso empresariales, mediante pruebas no paramétricas de bondad de ajuste, Kolmogórov-Smirnov y Ji-cuadrada que permitan la optimización de las decisiones en la gestión de pedidos -Lascano Sánchez Importaciones- y en la administración de estándares de morosidad -Cooperativa de Ahorro y Crédito Ambato Ltda.-

En consecuencia, el presente estudio pretende dar respuesta a la pregunta: ¿las pruebas de bondad de ajuste son útiles o no para la toma de decisiones empresariales en los casos en los cuales se requiere comparar los conteos observados y los esperados, a partir del mismo conjunto de datos? En los dos casos estudiados se busca la solución tanto por procedimientos convencionales para cada una de las pruebas no paramétricas de bondad de ajuste contempladas en esta investigación y mediante software. A continuación, se revisa la literatura, luego se establece la metodología y aplicación del procedimiento de prueba de hipótesis y, posteriormente, se presentan los resultados, la discusión y las conclusiones.

Los métodos no paramétricos son estadísticos utilizados para probar hipótesis en las cuales los datos no siguen la distribución

normal u otra forma específica, razón por la cual se las conoce también como pruebas de distribución libre. Entre las pruebas no paramétricas se pueden distinguir dos grupos: las de análisis de datos ordenados y las de bondad de ajuste destacándose en el primer grupo la prueba de Signos, Wilcoxon, Mann-Whitney, Kruskal-Wallis y Friedman, mientras que en el segundo grupo la prueba de Kolmogórov-Smirnov y Ji-cuadrada (Flores & Flores, 2022; Lind et al., 2012).

En los métodos no paramétricos los datos responden, por lo general, a variables nominales y ordinales, antes que de intervalo o razón o se cuenta con pocos datos. Además, suele ocurrir que los datos no cumplen con los requisitos de normalidad o no es necesaria una suposición con respecto a la forma de la población, nivel de medición y de homogeneidad requeridos para la aplicación de pruebas paramétricas -Z, t student, F o ANOVA-. En consecuencia, los métodos no paramétricos resultan apropiados como alternativas a las pruebas paramétricas. Sin embargo, se puede señalar como su principal desventaja la pérdida de agudeza en la estimación de intervalos a cambio de la posibilidad de usar menos información y cálculos mucho más rápidos y menos laboriosos (Escobar, 2019).

Hechas las consideraciones anteriores, las pruebas de bondad de ajuste contempladas en este artículo evalúan en qué medida los datos observados se ajustan a una distribución teórica o esperada, para lo cual se utiliza una situación hipotética y datos simulados. En este tipo de medición los datos se clasifican en categorías sin un orden natural.

### **Prueba de Kolmogórov-Smirnov**

Se trata de una prueba no paramétrica que

compara la función de distribución acumulada empírica de los datos muestrales con la distribución esperada como si los datos fueran normales. Se caracteriza porque plantea hipótesis de bondad de ajuste, el nivel de mediada de las variables es de tipo ordinal, pocas restricciones, se aplica a pruebas pequeñas. Se utiliza también para verificar que los datos sigan la distribución normal. Su objetivo es señalar si los datos provienen de una población que tiene la distribución teórica especificada, es decir lo que hace es contrastar si las observaciones podrían razonablemente proceder de la distribución especificada. En ese sentido, Kolmogórov-Smirnov -KS- pretende responder a la pregunta con respecto a si las observaciones de la muestra provienen o no de alguna distribución hipotética.

La prueba KS es otra de las medidas de la bondad de ajuste de una distribución de frecuencia teórico -normal, uniforme, de Poisson o exponencial-, al igual que la prueba Ji-cuadrada. No obstante, entre las principales ventajas de KS con respecto a Ji-cuadrada se destaca porque es una prueba mucho más potente y de fácil uso, por cuanto no es necesario que los datos se agrupen de una manera particular y tampoco requiere mayor aplicación aritmética para su cálculo. Es decir, KS busca las distribuciones acumuladas relativas para las frecuencias observadas y las esperadas y, posteriormente, comprueba que tan lejos están la una de la otra. Si dicha distancia no es significativa, se concluye que la distribución teórica describe bien la distribución observada.

El estadístico de la prueba Kolmogórov-Smirnov, cuya notación usualmente es  $D_n$ , permite analizar la cercanía entre la distribución de las frecuencias observadas con respecto a la distribución de frecuen-

cias esperadas, debido a que la distribución de probabilidad  $D_n$  depende del tamaño muestral, pero su distribución de frecuencias esperadas es independiente. KS es el de tipo de pruebas de una cola porque lo que prueba es si las diferencias son mayores que el nivel especificado.

El estadístico KS viene dado por la Ecuación 1, esto es la desviación absoluta máxima de la diferencia entre la frecuencia esperada y la frecuencia observada.

$$D_n = \max |F_e - F_o| \quad (1)$$

Donde:

$D_n$ : estadístico Kolmogórov-Smirnov

$F_e$ : frecuencia esperada.

$F_o$ : frecuencia observada.

Las hipótesis contrastadas son:

$H_0$ : las distribuciones de frecuencias esperadas y la de frecuencias observadas tienen la misma distribución. Buen ajuste

$H_1$ : las distribuciones de frecuencia esperadas y observadas son diferentes. Mal ajuste.

### Prueba Ji-cuadrada

La prueba de Ji-cuadrada para datos de frecuencia conjunta analiza si las variables están asociadas o son independientes, mientras que para las tablas de dos o más factores -también denominadas tablas de contingencia-, se procede con el análisis de tabulación cruzada. En los dos casos, los datos están categorizados por una o más variables cualitativas o categóricas y se pueden determinar los conteos o porcentajes para las combinaciones de categorías entre dos o más variables cualitativas -escala nominal- e indagar la relación entre dichas variables, determinándose si la

proporción de observaciones de cada categoría difiere significativamente o no de las proporciones que se especifiquen -iguales o uniformes para todas las categorías, una proporción diferente para cada categoría o definir conteos históricos para cada categoría-.

La prueba Ji-cuadrada se utiliza tanto para frecuencias esperadas iguales como desiguales, tomando cuidado cuando se tienen únicamente dos celdas que la frecuencia esperada en cada una sea de -al menos- 5 y no se utiliza Ji-cuadrada si más del 20% de las celdas de frecuencia esperada tienen frecuencias menores a 5. Además, se pueden comparar frecuencias observadas agrupadas en distribuciones de frecuencia con las esperadas y determinar si los elementos muestrales provienen o no de una población normal -prueba de bondad de ajuste para determinar la normalidad-.

Las principales características de Ji-cuadrada son: su valor nunca es negativo -pueden ser cero o positivos-, tiene sesgo positivo en lugar de ser simétrica como en las distribuciones t y normal, los datos deben agruparse en categorías o clases y si no lo están originalmente es necesario construir la tabla de frecuencia correspondiente, es diferente para cada número de grados de libertad y a medida que se incrementa el número de grados de libertad la distribución se aproxima a la distribución normal.

La prueba de bondad de ajuste Ji-cuadrada puede ser utilizada para tanto con distribuciones discretas tales como la distribución de Poisson o la distribución binomial como con distribuciones continuas, por ejemplo, la distribución normal y exponencial; diferenciándose de las pruebas de bondad de ajuste Kolmogórov-Smirnov y Anderson Darling que únicamente trabajan con

distribuciones continuas.

La fórmula de cálculo del estadístico chi cuadrado utilizado en la prueba de bondad de ajuste Ji-cuadrada corresponde a la Ecuación 2.

$$\chi^2_c = \sum_{i=1}^k \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i} \quad (2)$$

El subíndice c corresponde a los grados de libertad,  $O_i$  es el valor observado para la clase i-ésima y  $E_i$  el valor esperado de la clase i-ésima. Siendo las hipótesis para la prueba de bondad de ajuste Ji-cuadrada las siguientes:

$H_0$ : no hay diferencia entre el conjunto de frecuencias observadas y el conjunto de frecuencias esperadas.

$H_1$ : hay una diferencia entre el conjunto de frecuencias observadas y el conjunto de frecuencias esperadas.

Si se rechaza la hipótesis nula y se acepta la alternativa significa que las preferencias no se distribuyen de igual forma entre las categorías (celdas) contempladas en el experimento.

Para el análisis de tablas de contingencia las hipótesis pueden formularse así.

$H_0$ : no hay relación entre las variables nominales consideradas, son independientes.

$H_1$ : hay relación entre las variables nominales consideradas, son dependientes.

Si se rechaza la hipótesis nula y se acepta la alternativa significa que las preferencias no se distribuyen de igual forma entre las categorías (celdas) contempladas en el experimento.

Para el análisis de tablas de contingencia las hipótesis pueden formularse así.

$H_0$ : no hay relación entre las variables nominales consideradas, son independientes.

$H_1$ : hay relación entre las variables nominales consideradas, son dependientes.

Para la comprobación de hipótesis de las pruebas de Kolmogórov-Smirnov y de Ji-cuadrada se dispone de paquetes de software tales como: Minitab, SPSS, R, Excel, Stata y Gretel, principalmente (Gujarati & Porter, 2009).

## Materiales y método

La presente investigación es de tipo cuantitativo, caracterizado según Robbins y Coulter (2018) por el uso de “herramientas estadísticas, modelos de optimización, modelos de información y simulaciones por computadora a las diferentes actividades de la administración para la toma de decisiones” (p. 32). El alcance de la investigación es explicativo porque el estudio analiza las causas, condiciones y resultados de los casos de estudio (Hernández-Sampieri & Mendoza, 2018) y se ajusta a la metodología de la investigación de operaciones aplicada a la optimización de inventarios en el caso de una empresa importadora y a la mejora de los estándares de morosidad en el caso de una cooperativa de ahorro y crédito. Se siguieron, de acuerdo con los autores Flores y Flores (2021a), Hillier y Lieberman (2010) y Taha (2017), las fases de la investigación de operaciones que constan en la Figura 1.

En el estudio se aplicaron técnicas estadísticas descriptivas y técnicas estadísticas no paramétricas de bondad de ajuste -las pruebas no paramétricas se utilizaron una vez que se comprobó que los datos no siguen la distribución normal-. En efecto, se aplicaron dos pruebas no paramétricas

-Kolmogórov-Smirnov y Ji cuadrada-, una a cada uno de los dos casos de estudio propuestos en la investigación siguiendo el procedimiento sugerido por los autores Flores-Tapia & Flores-Cevallos (2017a) y Lind et al. (2012). Esto es una vez definido el problema para la resolución de la pregunta planteada por la gerencia, se utilizó una prueba de hipótesis en cinco pasos, esto es:

- Paso 1: formulación de las hipótesis nula y alternativa.
- Paso 2: selección del nivel de significancia.
- Paso 3: decisión sobre el estadístico de la prueba
- Paso 4: formulación de la regla de decisión
- Paso 5: cálculo del estadístico y toma de la decisión con respecto a la hipótesis nula -no rechazar la hipótesis nula o rechazar la hipótesis nula y aceptar la alternativa-.

A continuación, se explica la metodología para el cálculo de los estadísticos no paramétricos utilizados en cada uno de los casos de estudio.

## Prueba de Kolmogórov-Smirnov

Antes de proceder con la aplicación de la prueba de Kolmogórov-Smirnov y la presentación de los resultados, se estableció el enunciado o problema del estudio de caso y las condiciones del mismo, en los siguientes términos:

La empresa mayorista Lascano Sánchez Importaciones revisa aleatoriamente 200 registros de pedidos por parte de sus clientes minoristas con el fin de determinar la

**Figura 1***Fases de la Investigación de Operaciones*

1. Definición del problema de interés y recolección de datos relevantes.	2. Formulación de un modelo matemático que represente el problema.	3. Desarrollo de un procedimiento basado en computadora para derivar una solución para el problema a partir del modelo.
4. Prueba del modelo y mejoramiento de acuerdo con las necesidades.	5. Preparación para la aplicación del modelo prescrito por la administración.	6. Implementación.

frecuencia con que fueron requeridos productos de bisutería, durante el mes de junio de 2021. El número de clientes minoristas que pidieron 0, 1, 2, 3 y 4 o más productos de bisutería fueron 25,45,67,43 y 20 respectivamente. Con esta información, los directivos de la empresa necesitan saber si los pedidos de los productos de su línea estrella difieren entre lo efectivamente registrado y el número de pedidos esperado, previo a tomar decisiones con respecto a la gestión de inventarios.

Una vez definido el problema, a partir de la formulación de la hipótesis nula y alternativa y definido el nivel de significancia se verificó el cumplimiento de los supuestos que permiten la aplicación del estadístico Kolmogórov-Smirnov o  $D_n$ ; esto asume que los parámetros de la distribución se han especificado previamente y que la media y la desviación estándar muestrales son los parámetros de la distribución normal. Asimismo, se toma en cuenta que los valores máximo y mínimo determinan el rango de la distribución uniforme y la media muestral determina el parámetro de la distribución de Poisson y de la distribución exponencial. Posteriormente, una vez enumeradas las observaciones se transformaron a frecuencias acumuladas observa-

das relativas, siendo la fórmula de Poisson para calcular las frecuencias esperadas la Ecuación 3.

$$p(x) = \frac{\lambda^x \times e^{-x}}{x!} \quad (3)$$

Donde:

$p(x)$ : probabilidad de tener exactamente  $x$  ocurrencias.

$\lambda^x$ : lambda (el número medio de presentaciones por intervalos de tiempo) elevada a la  $x$  potencia.

$e^{-x}$ : 2.71828 (base de los logaritmos neperianos o naturales), elevada a la lambda potencia negativa.

$x!$ :  $x$  factorial.

Luego, se compararon las frecuencias relativas esperadas con las relativas observadas y se estableció la diferencia o la desviación absoluta. Al ser una prueba KS de una sola cola, se encontraron los valores críticos en la tabla correspondiente para el valor de significancia especificado. Por último, se compararon el valor calculado  $D_n$  mediante la fórmula del estadístico  $D_n$  con el valor crítico  $D_n$  encontrado en la tabla y se tomó la decisión con respecto a no rechazar la hipótesis nula o rechazar la hipótesis nula y aceptar la alternativa.

Si bien se puede proceder al cálculo del estadístico con el procedimiento convencional antes indicado, no obstante, también se puede agilizar el cálculo utilizando tecnología informática.

### Prueba de bondad de ajuste Ji-cuadrada

Asimismo, como en el caso de la prueba Kolmogórov-Smirnov, antes de proceder con la aplicación de la prueba de Ji-cuadrada y la presentación de los resultados, se establece el enunciado del estudio de caso y las condiciones del mismo en los siguientes términos:

La gerencia de la Cooperativa de Ahorro y Crédito Ambato Ltda. clasifica a sus clientes de microcrédito en las categorías puntual, atrasado y moroso incobrable. Entre los auditores en la zona central del Ecuador se consideran que el promedio de microcrédito puntual tiene un promedio mensual del 60%, atrasado el 30% y el 10% como moroso incobrable. La cooperativa objeto de estudio realiza un reporte al mes de junio de 2021 con un total de 500 microcréditos; de los cuales 320 se pagan puntualmente, 120 están atrasados en el pago y 60 se consideran con morosidad prácticamente incobrable. Con esta información, la Gerencia está interesada en analizar si su situación con respecto a los microcréditos concuerda o no con el estándar del sector cooperativo en la zona central del Ecuador. El nivel de significancia decidido para esta indagación es del 5%.

Ahora bien, el primer paso en la prueba de hipótesis consiste en formular las hipótesis nula y alternativa y se escriben los conteos de los datos en la tabla de contingencia formada por filas y columnas, describiendo las dimensiones en función del número de dichas filas y columnas. Luego se deter-

minó la frecuencia esperada utilizando la Ecuación 4:

$$F_e = \frac{(\text{Total de filas})(\text{Total de columnas})}{\text{Gran total}} \quad (4)$$

Mientras que los grados de libertad se calculan según la Ecuación 5.

$$gl = (\text{Filas}-1)(\text{Columnas}-1) \quad (5)$$

Posteriormente se encuentra el valor crítico en la tabla correspondiente, según el nivel de significancia y los grados de libertad establecidos, y a continuación se determinó el valor calculado mediante la Ecuación x, antes indicada. Esto implica, una vez que se dispone de los valores de las frecuencias observadas y esperadas se restan para cada una de las observaciones, se eleva al cuadrado y se divide cada diferencia al cuadrado para cada frecuencia esperada y se procede con la sumatoria de los resultados. Por último, se aplicó la regla de decisión de no rechazar la hipótesis si el valor calculado es menor que el valor crítico de la tabla o rechazar la hipótesis nula y aceptar la alternativa si el valor calculado es mayor que el valor crítico.

Como se indicó en el caso de la prueba de Kolmogórov-Smirnov, si bien se puede proceder al cálculo del estadístico Ji-cuadrada con el procedimiento convencional antes detallado, no obstante, también se puede agilizar el cálculo utilizando herramientas informáticas.

### Resultados y discusión

A continuación, se desarrolla la aplicación y se muestran los resultados y discusión de las pruebas de bondad de ajuste de Kolmogórov-Smirnov y Ji-cuadrada consideradas para los casos de estudio.



### Prueba de Kolmogórov-Smirnov

Siguiendo la metodología propuesta en esta investigación y considerando para esta prueba un nivel de significancia del 5% y un valor lambda  $\lambda = 1$ , las hipótesis nula y alternativa se plantean así:

Ho: Una distribución de Poisson con  $\lambda = 1$  es una buena descripción del patrón de pedidos para la empresa Lascano Sánchez Importaciones.

H1: Una distribución de Poisson con una media de  $\lambda = 1$  no es una buena descripción del patrón de pedidos para la empresa Lascano Sánchez Importaciones.

Se procede con la enumeración de los datos observados estableciendo las frecuencias observadas y las frecuencias acumuladas observadas relativas y utilizando la Ecuación x de Poisson se calculan las frecuencias esperadas. Luego se establecen las frecuencias acumuladas relativas esperadas y las desviaciones absoluta, esto es el valor absoluto de la diferencia entre

frecuencias esperadas y frecuencias acumuladas observadas y esperadas, tal como se muestra en la Tabla 1.

Para el cálculo del estadístico KS se elige  $D_n = 0.385$  en  $x=1$  que corresponde a la máxima desviación absoluta, esto es el valor más alejado entre la distribución de frecuencias observada y la distribución de frecuencias esperada, al ser un estadístico de distribución libre. Mientras que para encontrar el valor crítico de  $D_n$  se recurre a la tabla correspondiente y se ubica para un nivel de significancia de 0.05 propuesto para este caso con  $n= 200$ , siendo:

$$\sqrt{\frac{1.36}{n}} = \sqrt{\frac{1.36}{200}} = 0.0962$$

Una vez que se cuenta con el valor calculado y el crítico de  $D_n$  se aplica la regla de decisión. Esto es: rechazar  $H_0$  y aceptar la  $H_1$  si el valor de la tabla es menor que el calculado y si el valor de la tabla para el nivel de significancia elegido es mayor que el valor calculado de  $D_n$ , no se rechaza la hipótesis nula. Como en este caso el valor

**Tabla 1**

*Desviación absoluta entre frecuencias acumuladas esperadas y observadas*

Variable (x)	Frecuencia observada	Frecuencia observada acumulada	Frecuencia observada acumulada relativa	Frecuencia esperada	Frecuencia esperada acumulada	Frecuencia esperada acumulada relativa	Desviación absoluta   Fe - Fo
0	25	25	0.125	74	74	0.368	0.243
1	45	70	0.35	74	147	0.735	0.385
2	67	137	0.685	37	184	0.919	0.234
3	43	180	0.9	13	197	0.984	0.084
>4	20	200	1	3	200	1.000	0.000

*Nota de la tabla: Elaboración propia a partir de los datos de la empresa Lascano Sánchez Importaciones.*

calculado (0.385) es mayor que el valor de la tabla (0.0962), por lo tanto se rechaza la  $H_0$  y se acepta la hipótesis alternativa, los datos no están bien descritos para una distribución de Poisson con una media de 1.

Si se realizan los cálculos utilizando el software Minitab con la opción prueba de bondad de ajuste para Poisson, los resultados son los siguientes:

### Estadísticas descriptivas

N	Media
200	1.94

Conteos observados y esperados para Variable (x)

Variable (x)	Probabilidad de Poisson	Conteo observado	Conteo esperado	Contribución a chi-cuadrada
0	0.143704	25	28.7408	0.48689
1	0.278786	45	55.7571	2.07536
2	0.270422	67	54.0844	3.08429
3	0.174873	43	34.9746	1.84154
>=4	0.132215	20	26.4431	1.56991

### Prueba de chi-cuadrada

Hipótesis nula  $H_0$ : Los datos siguen una distribución de Poisson

Hipótesis alterna  $H_1$ : Los datos no siguen una distribución de Poisson

GL	Chi-cuadrada	Valor p
3	9.05799	0.029

El valor p 0.029 es menor que el nivel de significancia determinado para esta prueba de 0.05; en consecuencia se rechaza la hipótesis nula, esto es los datos no provienen de una distribución de Poisson. Estos resultados corroboran la decisión tomada una vez aplicado el procedimiento anterior

y con esta información la Gerencia de la empresa está en condiciones de tomar las mejores decisiones con respecto a la gestión de inventarios.

### Prueba de bondad de ajuste Ji-cuadrada

Siguiendo la metodología propuesta en esta investigación, las hipótesis nula y alternativa son:

$H_0$ : No hay diferencia entre las cifras de la Cooperativa de Ahorro y Crédito Ambato Ltda., con respecto a la puntualidad en el pago de microcréditos y el estándar del sector cooperativo en la zona central del Ecuador.

$H_1$ : Hay diferencia entre las cifras de la Cooperativa de Ahorro y Crédito Ambato Ltda., con respecto a la puntualidad en el pago de microcréditos y el estándar del sector cooperativo en la zona central del Ecuador.

Se formula la regla de decisión para rechazar o no la hipótesis nula para lo cual se establecen, primero, los grados de libertad, esto es  $gl = 3 - 1 = 2$  y, luego, se revisa la tabla correspondiente para el nivel de significancia de 0.05, siendo el valor crítico 5.991. Así, la regla de decisión es rechazar la hipótesis nula si  $\lambda^2 > 5.99$  y aceptar la alternativa y, si es menor, no se rechaza la hipótesis nula. Posteriormente, se calcula el estadístico de la prueba utilizando la Ecuación 6.

$$\lambda^2 = \sum \left[ \frac{(f_o - f_e)^2}{f_e} \right] \quad (6)$$

Siendo el estadístico calculado 9.33, tal como se muestra en la Tabla 2.

Una vez que se tienen los valores de Ji-cua-

drada de bondad de ajuste calculada y crítico, se aplica la regla de decisión estableciéndose en este caso que, como el valor calculado (9.33) es mayor que el valor de la tabla (5.99) se rechaza la hipótesis nula y se acepta la hipótesis alternativa. Se concluye que hay diferencia entre las cifras de la Cooperativa de Ahorro y Crédito Ambato Ltda., con respecto a la puntualidad en el pago de microcréditos y el estándar del sector cooperativo en la zona central del Ecuador. Se recomienda que la Gerencia de la empresa objeto de estudio diseñe y aplique estrategias de gestión de cartera para optimizar los resultados y acercarse al estándar referente del sector cooperativo de ahorro y crédito.

También se llega al mismo resultado mediante el software Minitab con la opción prueba Ji-cuadrada de bondad de ajuste (una variable).

#### *Conteos observados y esperados*

Categoría	Observado	Proporción de prueba	Esperado	Contribución a chi-cuadrada
Puntual	320	0.6	300	1.33333
Atrasado	120	0.3	150	6.00000
Moroso incobrible	60	0.1	50	2.00000

#### **Prueba de chi-cuadrada**

N	GL	Chi-cuad.	Valor p
500	2	9.33333	0.009

Estos resultados corroboran la decisión tomada una vez aplicado el procedimiento anterior, por cuanto el valor p de 0.009 es menor que el nivel de significancia de

0.05; consecuentemente se rechaza la hipótesis nula y se acepta la alternativa. Se puede concluir que hay diferencia entre las cifras de la Cooperativa de Ahorro y Crédito Ambato Ltda., con respecto a la puntualidad en el pago de microcréditos y el estándar del sector cooperativo en la zona central del Ecuador.

Entre los estudios relacionados con la aplicación de las dos pruebas de bondad de ajuste contempladas en este estudio se destaca Silva & Galicia (2018), quienes utilizan la prueba Kolmogórov-Smirnov (KS), la Anderson-Darling (AD) y la Ji cuadrada ( $\chi^2$ ) con una significancia del 1%, para ajustar las discrepancias entre percepción y aspiración en cuanto a su figura corporal, por sexo y estado, para muestras tomadas de la Encuesta Nacional de Salud y Nutrición de México, constatándose una percepción errónea y aspiración sistemática heterogéneas frente a un escenario de obesidad y sobrepeso de la mayor parte de la población mexicana. Así también, Ocampo et al. (2017), determinan la vida útil de un diseño de sensor de combustible desarrollado por la industria automotriz de Ciudad Juárez midiendo la degradación del componente de oro de dicho sensor para lo cual analizan el comportamiento de los datos obtenidos estimando los tiempos de falla aplicando la prueba de bondad de ajuste de Kolmogórov-Smirnov.

Otro autor, Rolke y Gongora (2020) explica el menor nivel de potencia de la prueba de bondad de ajuste Ji-cuadrada aplicada a datos continuos con respecto a las pruebas de Kolmogórov-Smirnov y Anderson-Darling. No obstante, el poder de Ji-cuadrada depende básicamente de la forma cómo estén agrupados los datos, siendo en ese caso competitiva e incluso superior a las otras pruebas estándar señaladas.

**Tabla 2***Cálculo del estadístico de bondad de ajuste Ji-cuadrada*

Tipo de cliente microcrédito	Frecuencia observada (Fo)	Estándar en la zona central del Ecuador	Frecuencia esperada (Fe)	(Fo-Fe)	(Fo-Fe) <sup>2</sup>	(Fo-Fe) <sup>2</sup> /Fe
Puntual	320	0.6	300	20	400	1.33
Atrasado	120	0.3	150	-30	900	6.00
Moroso incobrable	60	0.1	50	10	100	2.00
	500	1	500	0		9.33

*Nota de la tabla:* Elaboración propia a partir de los datos de la Cooperativa de Ahorro y Crédito Ambato Ltda.

Por su parte, Flores-Tapia & Flores-Cevallos (2021b) presentan un estudio de casos en los cuales se determina la normalidad de los datos aplicados a los datos muestrales provenientes de las empresas objeto de estudio, procedimiento estadístico previo a la aplicación a la toma de decisión con respecto a la aplicación de una prueba paramétrica o una no paramétrica, a la vez que se demuestra la utilidad de estas pruebas en estudios de caso empresariales.

Mientras González-Zamar et al. (2021) emplean la prueba de bondad de ajuste Ji-cuadrada para analizar los ítems cualitativos con respecto a la incidencia de algunos atributos del espacio de aprendizaje en la motivación e interacción social concluyendo que el instrumento utilizado para dicho análisis cumple con los requisitos técnicos que garantizan la confiabilidad y validez para la medición. Asimismo, Díaz et al. (2020), estudian la incidencia de las variables de innovación en el desarrollo de unidades de producción agrícola familiar para cultivos en distintas localidades de Oaxaca- México y mediante pruebas de bondad de ajuste Ji-cuadrada y un enfoque sistémico concluyen que los tipos de innovación están relacionados con el cultivo y son independientes de la localidad de siembra.

No obstante, en los estudios antes referidos no se utiliza un procedimiento metodológico aplicando los dos tipos de pruebas de bondad de ajuste priorizadas en este estudio -prueba de Kolmogórov-Smirnov y prueba Ji-cuadrada- en sendos estudios de casos empresariales referidos a la búsqueda de respuesta a las inquietudes de la Gerencia como se realiza en la presente investigación.

Los resultados obtenidos en la investigación muestran valores cuantitativos que, siguiendo la metodología aquí aplicada permiten a los gerentes contar con datos cuantitativos para la toma de mejores decisiones destacándose, a su vez, la importancia de la aplicación de pruebas de bondad de ajuste con este fin. Asimismo, todo lo anterior evidencia que los resultados del estudio son consistentes con la teoría explicada por Flores-Tapia & Flores-Cevallos (2017b); Levin et al. (2017); Lind et al. (2012); Triola (2018); Vergara y Maza (2018), entre otros.

## Conclusiones

Las pruebas de bondad de ajuste en este estudio presentan soluciones preliminares para las empresas objeto de estudio. En tal sentido, se verifica la utilidad de las pruebas de bondad de ajuste, Kolmo-

górov-Smirnov y Ji-cuadrada para contrastar hipótesis que les permita a las empresas tomar mejores decisiones. En tal sentido, a lo largo del artículo se ha ido alcanzando el objetivo de la investigación, esto es se ha dado respuesta a cada una de las inquietudes de la Gerencia de las empresas objeto de estudio en función de los resultados obtenidos en cada caso. Se ha constatado para la empresa Lascano Sánchez Importaciones que las solicitudes de los productos de la línea estrella -bisutería- por parte de sus clientes minoristas tienen una diferencia significativa entre la distribución de frecuencias observadas y las esperadas o teóricas y para la Cooperativa de Ahorro y Crédito Ambato Ltda. se ha comprobado que el nivel de cumplimiento de pagos del microcrédito por parte de sus clientes con respecto al promedio de cumplimiento de pagos del sector cooperativo en la zona central del Ecuador es diferente.

Se evidencia, por tanto, la ventaja de este tipo de pruebas en casos empresariales en los cuales se requiere comparar conteos observados y esperados o teóricos. De tal manera que la empresa Lascano Sánchez Importaciones tendrá que realizar ajustes en la gestión de inventarios y así reducir el margen entre el número de unidades pedidas con respecto a las efectivamente vendidas y, en el caso de la Cooperativa de Ahorro y Crédito Ambato Ltda., los tomadores de decisiones también tendrán que tomar medidas de gestión de cartera para que la puntualidad en el pago de microcréditos se ajuste al estándar del sector cooperativo en la zona central del Ecuador.

Si bien las pruebas de bondad de ajuste contribuyen a la solución de situaciones como las contempladas en esta investigación, no obstante no está exenta de limitaciones propias tales como la presencia de

una frecuencia esperada pequeña inusual porque pueden dar paso a una conclusión errónea. Lo anterior no significa que su utilidad es cuestionable, ya que los tomadores de decisiones empresariales utilizan esta información para diseñar modelos estadísticos que optimicen la gestión en entornos con ciertos niveles de incertidumbre.

Finalmente, se recomienda para futuras investigaciones llevar a cabo estudios empleando métodos cuantitativos de simulación para calcular el óptimo en la cantidad de pedido en casos similares al de la empresa el caso de la empresa Lascano Sánchez Importaciones y evaluar sus resultados cotejándolos con los obtenidos mediante distribuciones empíricas con el fin de contar con mayor información para la toma de decisiones gerenciales relacionadas con la gestión de inventarios en las empresas.

#### **Declaración de conflictos de intereses**

Los autores declaran que no existen ningún conflicto de intereses relacionado con el presente artículo.

#### **Referencias**

- Anderson, D., Sweeney, D., Williams, T., Camm, J., & Cochran, J. (2016). *Estadística para negocios y economía* (12ª ed.). Cengage Learning. <https://shorturl.at/flwCR>
- Cooperativa Ambato. (2023). Certificaciones. *CooperativaAmbato*. <http://t.ly/PtyQM>
- Díaz, D., Rodríguez, G., Cruz, B., Castillo, M., & Santiago, G. (2020, noviembre / 2021, febrero). Innovación en el desarrollo de unidades de producción agrícola familiar en localidades marginadas de Oaxaca. *CIENCIA Ergo-Sum*,

- 27(3), 3–15. <https://shorturl.at/kmtzN>
- Flores-Cevallos, L., & Flores-Tapia, C. (2020, 13 de enero). *Investigación Operativa. Aplicada a la economía, la contabilidad y la gestión administrativa*. Editorial Académica Española.
- Flores-Ruiz, E., Miranda-Navales, M., & Villasís-Keever, M. (2017). El protocolo de investigación VI: cómo elegir la prueba estadística adecuada. *Estadística inferencial. Revista Alergia Mexico*, 64(3), 364–370. [https://t.ly/\\_HrF](https://t.ly/_HrF)
- Flores, C., & Flores, K. (2021a, julio/diciembre). Pruebas para comprobar la normalidad de los datos en procesos productivos: Anderson-Darling, Ryan-Joiner, Shapiro-Wilk y Kolmogórov-Smirnov. *Societas*, 23(2), 83–106. <https://shorturl.at/hCZ36>
- Flores-Tapia, C., & Flores-Cevallos, L. (2017a). *Estadística Inferencial*. Fundación Los Andes.
- Flores-Tapia, C., & Flores-Cevallos, L. (2017b). *Métodos cuantitativos para la toma de decisiones*. Fundación Los Andes.
- Flores, C., & Flores, K. (2021b). Aplicación del modelo PERT-CPM a la gestión de proyectos de marketing empresarial. *Revista de Investigación Aplicada en Ciencias Empresariales*, 10(1), 31-53. <https://t.ly/5nre>
- Flores, C., & Flores, K. (2022, October/December). Kruskal-Wallis, Friedman and Mood nonparametric tests applied to business decision making. *Espirales Revista Multidisciplinaria de Investigación Científica*, 6(42), 1–20. <https://shorturl.at/jX235>
- González-Zamar, M., Ortiz, L., & Sánchez, A. (2021). Design and validation of a questionnaire on influence of the university classroom on motivation and sociability. *Education Sciences*, 11(4), 183. <https://shorturl.at/xDHX4>
- Gujarati, D., & Porter, D. (2009). *Basic Econometrics* (5<sup>th</sup> ed.). McGraw Hill. <https://shorturl.at/nNZ38>
- Hernández-Sampieri, R., & Mendoza, C. (2018). *Metodología de la investigación: las rutas cuantitativa, cualitativa y mixta*. McGraw Hill. <https://shorturl.at/dmzG5>
- Hillier, F., & Lieberman, G. (2010). *Introduction to Operations Research* (9<sup>th</sup> ed.). McGraw Hill. <http://t.ly/ZJHY>
- Lascano Sánchez Importaciones. (2023). Inicio. <https://shorturl.at/dTZ05>
- Levin, R., Rubin, D., Rastogi, S., & Husain, M. (2017). *Statistics for Management*. Pearson. <https://shorturl.at/afhm3>
- Lind, D., Marchal, W., & Wathen, S. (2012). *Statistical Techniques in Business and Economics* (15<sup>th</sup> ed.). McGraw Hill. <https://t.ly/67zz>
- Ocampo, W., Molina, R., Romero, R., & Rodríguez, I. (2017, septiembre/diciembre). Análisis de pruebas de vida acelerada aplicadas a un sensor de nivel de gasolina de la industria automotriz. *Cultura Científica y Tecnológica*, 14(63), 264–278. <https://shorturl.at/boQ35>
- Robbins, S. & Coulter, M (2018). *Administración* (13<sup>th</sup> ed.). Pearson Educación.
- Rolke, W., & Gongora, C. (2020, May

- 14). A chi-square goodness-of-fit test for continuous distributions against a known alternative [Abstract]. *Computational Statistics*, 36, 1885–1900. <https://shorturl.at/vUV49>
- Escobar, J. (2019, octubre/marzo). Modelo de estimación estadística “Programa de inclusión productiva” MI-PRO-Ecuador. *Retos*, 9(18), 303–325. <https://t.ly/0zkh>
- Silva, E., & Galicia, G. (2018, julio/diciembre). Autopercepción y satisfacción corporal en población adulta mexicana por estados: una modelación probabilística con base en la Encuesta Nacional de Salud y Nutrición de México (ENSANUT) 2012. *Población y Salud en Mesoamérica*, 16(1), 1–20. <https://t.ly/dHFp>
- Taha, H. (2017). *Investigación de operaciones* (10<sup>a</sup> ed.). Pearson Educación.
- Triola, M. (2009). *Elementary Statistics* (10<sup>th</sup> ed.). Pearson. <https://t.ly/cGqK>
- Vergara, J., & Maza, F. (2018). Structural Equation Models Applied for Evaluating Service Quality and Satisfaction in the Healthcare System of Cartagena de Indias D. T. y C. (Colombia). *Journal of Scientific Papers Economics and Sociology*, 11(2), 200–215. <https://t.ly/1B9F>

Para referenciar este artículo utilice el siguiente formato:

Flores, C., & Flores, K. (2023, julio-diciembre). Pruebas de bondad de ajuste Kolmogórov-Smirnov y Ji-cuadrada aplicadas a la toma de decisiones empresariales. *Yachana Revista Científica*, 12(2), 113-127.