

Análisis experimental de coeficientes de descarga en vertederos trapezoidales de pared delgada – Parte I

Josué Rodríguez^{1,2}, Carlos Valero³ y Kevin Mendoza⁴

Fecha de recepción:
13 de octubre, 2015

Fecha de aprobación:
1 de diciembre, 2015

Resumen

El propósito de esta investigación en modelos físicos reducidos para vertederos trapezoidales de pared delgada, y el análisis de aproximadamente 8000 datos de laboratorio, es generar una curva o ábaco con coeficientes de descarga en función de la relación H/B (carga de agua sobre la cresta vertedero para ancho de cresta del vertedero), coeficientes de descarga que nos permitirán estimar caudales reales que se descarga sobre estas estructuras. La presente investigación considera vertederos trapezoidales, con taludes que oscilan entre 45° y 90° respecto al eje horizontal, manteniendo la longitud de cresta constante en todos los vertederos. Estructuras hidrotécnicas que se emplean en la derivación y medición de caudales, control de niveles en embalses, canales, estanques, elevación del nivel de agua, evacuación de avenidas, control de caudales de infiltración en represas, etc. La ciencia de la Hidráulica a través de la experimentación en laboratorios de investigación, formula leyes fundamentales del movimiento de la misma, para la solución de problemas que se presentan en las diferentes estructuras hidrotécnicas, o a su vez la experimentación confirma aquellas leyes de origen teórico. Cabe señalar que la presente investigación considera vertederos con una sola longitud de cresta, de al menos cinco longitudes de cresta, vertederos en proceso de investigación actual.

En el ábaco adjunto se presenta las curvas de los coeficientes de descarga para los vertederos trapezoidales, modelados según la geometría antes descrita, coeficientes que están en función de la relación H/B (carga de agua sobre el ancho de cresta), ábaco que será ratificado o modificado conforme avance la presente investigación.

Palabras Claves: vertederos trapezoidales, coeficientes de descarga, ábaco vertedero trapezoidal.

Abstract

The purpose of this research in reduced physical models for thin-walled trapezoidal weirs and the analysis of approximately 8000 laboratory data, physical models is to generate a curve or abacus with discharge coefficients depending on the ratio H/B (water load over weir crest to width weir crest), discharge coefficients that will allow to estimate actual discharge flows over these structures. This research considers trapezoid landfills with slopes ranging 45 ° and 90 ° to the horizontal axis while maintaining the constant crest length in all weirs, hydraulic engineering

¹Ing. Josué Edilberto Rodríguez Santos, MAE, Universidad Laica VICENTE ROCAFUERTE de Guayaquil, Av. De las Américas No. 70, Apartado Postal 11-33. Guayaquil – Ecuador, erodriguezs@ulvr.edu.ec; ²Ing. Josué Edilberto Rodríguez Santos, MAE, Universidad de Guayaquil, Av. Kennedy y Av. Delta. Guayaquil – Ecuador, josue.rodriguez@ug.edu.ec; ³Ing. Carlos Valero, www.carlos36@hotmail.com, ⁴Ing. Kevin Mendoza V., kmendozav29@hotmail.com

structures used in the derivation and measurement of flow, level control dams, canals, ponds, water level rise, evacuation flood, flow control infiltration in dams, etc. Hydraulics is a science that through experimentation in research laboratories formulates fundamental laws of motion in order to solve problems that may arise in the different hydraulic engineering structures or ratify theoretical laws. It should be noted that this research considers weirs with a single crest length out of at least five lengths crest, weirs that are in current research process. In the attached abacus discharge coefficient curves for trapezoidal weirs are modeled according to the above described geometry, coefficients that are in function of the ratio H / B (water load over width of crest). The abacus will be ratified or modified as this investigation progresses. In the attached abacus, discharge coefficient curves for trapezoidal weirs are modeled according to the above described geometry, coefficients that are in function of the ratio H / B (water load on the width of peak). As the investigation progresses, the abacus will be ratified or modified.

Key words: trapezoidal weirs, discharge coefficients, abacus.

Introducción

La complejidad de los fenómenos hidráulicos, hace que la ciencia pura no sea suficiente para estudiarlos y describirlos en su totalidad, el uso de laboratorios de investigación en la solución de problemas hidráulicos, utiliza modelos físicos a escala en la resolución de problemas de ingeniería con bases sólidas, por cuanto un modelo físico hidráulico, tiene la ventaja de analizar al flujo, incluso tridimensionalmente, además un modelo simula la complejidad del prototipo de manera simplificada, bajo esta consideración Froude (1869), construyó el primer tanque de agua para el ensayo de modelos de barcos, y Reynolds (1885), diseñó un modelo de mareas para el Mersey Alto.

La necesidad por el adecuado manejo del exiguo recurso hídrico, impulsa a que se generen nuevos modelos de cálculo que contribuyan a un diseño hidráulico eficiente y económico; razón por la que se procedió analizar en modelos físicos reducidos la descarga de un fluido (agua), que pasa por secciones geométricas trapezoidales (vertederos) con taludes que oscilan entre 45° y 90° respecto al eje horizontal.

Cuando la descarga del líquido se efectúa por encima de un muro, una abertura o una placa y a superficie libre, la estructura hidráulica en la que ocurre el fenómeno se llama vertedero (Sotelo G., 2002) (Balloffet A., 1955), causando una sobre elevación del nivel de la lámina aguas arriba (Krochin E., 2010) y disminución de la lámina aguas abajo (Nausacher E., 2004), estructuras que se emplean entre otras aplicaciones en la:

- a. Derivación y medición de caudales.
- b. Control de caudales de infiltración en represas.
- c. Control de niveles en embalses, canales, estanques, etc.
- d. Elevación del nivel de agua.
- e. Evacuación de avenidas.

Clasificación de los vertederos

- a. Según la forma geométrica del contorno de apertura o contorno, pueden ser vertederos rectangulares, trapeciales, triangulares, etc.
- b. Según la forma en que la vena líquida toca la parte superior de la estructura, tenemos vertederos de pared delgada y vertederos de pared gruesa.

Modelos físicos reducidos

Los modelos físicos reducidos o simplificados, utilizados en la presente investigación consideran la correcta representación geométrica del prototipo, y permiten analizar y estudiar el comportamiento del fenómeno, según la semejanza de Froude, con el objetivo de perfeccionar el diseño teórico de modelos matemáticos y/o modelos analógicos, los modelos físicos reducidos cumplen las leyes de similitud Cinemática, Geométrica y Dinámica, las mismas que relacionan magnitudes físicas homólogas definidas entre modelo y prototipo (Vergara, 1995).

Similitud

La similitud o semejanza pronostica las condiciones del prototipo a partir de ensayos realizados en modelos físicos, siendo esta el fundamento de la modelación física, la ciencia de la Hidráulica puede representar físicamente, a escala, la mayor parte de sus prototipos en modelos. Teoría de modelación o similitud, considera las conclusiones obtenidas del estudio de un fenómeno replicado en modelo físico, como válidas y aplicables a las existentes en el prototipo.

Similitud Cinemática

Se presenta cuando el desplazamiento

de las partículas móviles homólogas son semejantes geoméricamente y además deben ser iguales las relaciones entre las velocidades de las partículas homólogas. Consideraciones anteriores que generan las relaciones siguientes:

$$\text{Para el caudal: } \frac{Q_m}{Q_p} = \frac{\frac{L_m^3}{T_m^3}}{\frac{L_p^3}{T_p^3}} = \frac{\frac{L_p^3}{T_m^3}}{\frac{L_p^3}{T_p^3}} = \frac{L_r^3}{T_r^3}$$

$$\text{Para la velocidad: } \frac{V_m}{V_p} = \frac{\frac{L_m}{T_m}}{\frac{L_p}{T_p}} = \frac{\frac{L_p}{T_m}}{\frac{L_p}{T_p}} = \frac{L_r}{T_r}$$

$$\text{Para la aceleración: } \frac{a_m}{a_p} = \frac{\frac{L_m}{T_m^2}}{\frac{L_p}{T_p^2}} = \frac{\frac{L_p}{T_m^2}}{\frac{L_p}{T_p^2}} = \frac{L_r}{T_r^2}$$

Similitud Geométrica

Representa de manera fiel la relación de longitudes homólogas del prototipo-modelo, siendo las dimensiones del modelo menores a las del prototipo (figura 1), además esta similitud considera el flujo del prototipo y el flujo del modelo, es decir, la similitud geométrica se puede expresar como la representación de ciertas dimensiones seleccionadas, expresadas así:

$$l_e = \frac{B_p}{B_m} = \frac{A_p}{A_m} = \frac{H_p}{H_m} \dots\dots$$

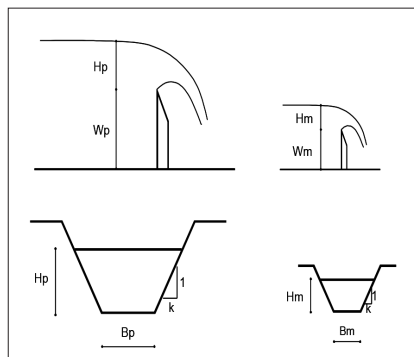


Figura 1. Simulación geométrica: prototipo - modelo

Donde l_e representa el tamaño relativo de los sistemas, es decir la similitud geométrica exacta, relaciona áreas y volúmenes en los dos sistemas, relaciones que se expresan en términos del cuadrado y del cubo de l_e , y descrita así:

$$A_e = \frac{A_p}{A_m} = l_e^2 \quad V_e = A_e \times l_e = \frac{V_p}{V_m} = l_e^3$$

Respecto a similitudes geométricas lineales sobre planos verticales u horizontales, estas pueden ser distorsionadas o diferentes, porque al mantenerse la misma escala de líneas en las tres dimensiones se podría generar calados o alturas de agua muy pequeñas en los modelos, es decir bajo esta concepción se puede tener escalas de dimensiones verticales y horizontales:

Similitud dinámica

Las condiciones requeridas para la similitud dinámica se obtienen a partir del segundo principio del movimiento de Newton

$$\sum F_x = m \times a_x.$$

$$l_{ev} = \frac{H_p}{H_m} = \frac{A_p}{A_m} = \dots \dots \dots l_{eh} = \frac{B_p}{B_m} = \dots \dots \dots$$

$$\frac{\sum \text{Fuerzas (viscosas+presión+gravedad+elásticas+ tensión superficial)}_m}{\sum \text{Fuerzas (viscosas+presión+gravedad+elásticas+ tensión superficial)}_p}$$

Similitud de fuerzas físicamente imposible de alcanzar, razón por la cual se da prioridad a las fuerzas más importantes que condicionan el fenómeno en el prototipo, para simularlas en el modelo, a través de parámetros adimensionales como son los números de Froude “Fr” (fuerzas inerciales y gravitacionales), Reynolds “Re” (fuerzas viscosas), Euler “Eu” (fuerzas inerciales),

Cauchy “Ca” o Mach “Ma” (fuerzas inerciales y compresibilidad). Entonces un modelo es dinámicamente similar a un prototipo, si cumple la similitud de las fuerzas dinámicas, inerciales, gravitacionales, elásticas, internas, viscosas, etc., y están en la misma relación o escala en el modelo y en el prototipo.

Escalas en modelos físicos reducidos hidráulicos

Se define como escala a la relación de variables del mismo tipo entre prototipo y modelo, en los puntos semejantes de la estructura hidráulica, entonces se tiene escalas de longitud, área, volumen, caudal, fuerza, tiempo, etc., es decir la escala de la variable se define como: $E_B = \frac{B_p}{B_m}$

Escala adecuada

En la definición de la escala adecuada se debe considerar los requerimientos teóricos, la facilidad de trabajo en el modelo de laboratorio, precisión de equipos a emplear y los objetivos de la investigación, entre otras consideraciones.

Problemas de escala

- En escalas grandes, semejantes a 1:20, el modelo físico se asemeja a la realidad del prototipo, pero representa mayor costo.
- En escalas pequeñas, similares a 1:100, se presentan efectos de escala, originando errores en el análisis de resultados.

La similitud, escala, límites del modelo y efectos de escala (introduce parámetros adimensionales distorsionados entre modelo y prototipo), parámetros de considerable importancia en el análisis de los resultados generados en el modelo.

Parámetros de modelación y factores de escala de escala

En el cuadro adjunto se presenta varios parámetros y factores de escala de modelación.

Dimensión Factor de escala Dimensión Factor de escala Dimensión Factor de escala

$$\begin{aligned} \text{Longitud } \frac{L_p}{L_m} &= \lambda \quad \text{Superficie } \frac{A_p}{A_m} = \lambda^2 \quad \text{Volumen } \frac{V_p}{V_m} = \lambda^3 \quad \text{Peso } \frac{W_p}{W_m} = \\ &= \lambda^4 \quad \text{Tiempo } \frac{t_p}{t_m} = \lambda^{1/2} \quad \text{Velocidad } \frac{v_p}{v_m} = \lambda^{1/2} \\ \text{Aceleración } \frac{a_p}{a_m} &= 1 \quad \text{Fuerza } \frac{F_p}{F_m} = \lambda^3 \quad \text{Masa } \frac{m_p}{m_m} = \lambda^3 \quad \text{Caudal } \frac{Q_p}{Q_m} = \\ &= \lambda^{5/2} \quad \text{Energía } \frac{E_p}{E_m} = \lambda^4 \quad \text{Rugosidad } \frac{n_p}{n_m} = \lambda^{1/6} \end{aligned}$$

Calibración del modelo

Un modelo matemático o físico no presenta valor alguno, si el mismo no se puede predecir en el prototipo el comportamiento del fenómeno, razón por la cual tanto los modelos matemáticos como los modelos físicos deben comprobarse y calibrarse; para que indiquen si los fenómenos del prototipo se reflejan en el modelo. Calibración que tiene como objetivo relacionar al modelo con el prototipo empleando coeficientes, los mismos que son función de la precisión geométrica del modelo, proceso de

verificación que debe considerar:

- Modelos que cumplen bien las condiciones para similitud exacta, requieren poca calibración y pueden ser modelados en escalas grandes con poca distorsión geométrica, siendo este nuestro caso de investigación.
- Para prototipos donde la fricción o deformaciones de fondo (rugosidad) son importantes, el proceso de calibración es más complejo.
- Para simular descargas en el modelo, se calibrará el mismo para un amplio rango de gastos.
- En la simulación de velocidades, en modelos con escalas geométricas distorsionadas, se hace difícil la reproducción de las distribuciones de velocidad de manera precisa, distribución de velocidades que genera información sólida acerca de la precisión del modelo.

Modelo matemático

Sea el vertedero trapezoidal de pared delgada (espesor de cresta $< \frac{2h}{3}$) (Universidad de Chile, 1985) de la Figura 2, conformado por un vertedero rectangular más un vertedero

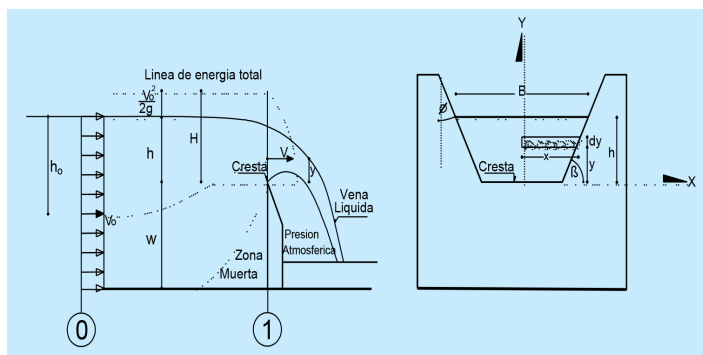


Figura 2.- Parámetros geométricos e hidráulicos de un vertedero trapezoidal de pared delgada

triangular (Sotelo, 2002, p. 253). Donde:

$\frac{v_o^2}{2g}$ = Carga de velocidad de aproximación del flujo, antes de la descarga

h = Carga hidrostática de presión (altura de agua), desde la cresta del vertedero hasta el espejo de agua inalterado (medido a una distancia de 10 veces o más la altura de agua existente en la cresta, se aplica esta heurística por experiencias de laboratorio realizadas en el Laboratorio de Ingeniería Hidráulica de la Universidad Central del Ecuador).

W = Paramento o altura del vertedero.

B = Ancho de cresta del vertedero.

ϕ = Ángulo de inclinación del talud del vertedero respecto al eje Y.

β = Ángulo de inclinación del talud del vertedero respecto al eje X.

Si w es grande ($w > h$) (Rocha A., 2005), se puede asumir $\frac{v_o^2}{2g}$ semejante a cero (Sotelo G., 2002) y por consiguiente $h = H$, bajo esta consideración al aplicar el trinomio de Bernoulli entre los puntos 0 y 1, la velocidad media del flujo se expresa como:

$$V = \sqrt{2g(h-y)}$$

Mientras que el gasto a través del diferencial de un área es $\partial Q = ((2\sqrt{2g})(x\sqrt{h-y}))\partial y$.

La ecuación anterior, formula el modelo matemático general del gasto sobre vertederos, expresada como:

$$Q = (2\sqrt{2g}) \int_0^h x (h-y)^{1/2} \partial y$$

De integrar las ecuaciones de descarga para vertederos rectangular y triangular se genera la ecuación o modelo matemático para vertederos trapezoidales, la misma que se expresa como:

$$Q_t = \left(\frac{2}{3}\sqrt{2g}\left[1 + \frac{4H}{5B}\tan(\phi)\right]BH^{\frac{3}{2}}\right)$$

Ecuación de gasto teórico, donde:

$$Q_r = Cd \times Q_t$$

$$Q_r = Cd \left(\frac{2}{3}\sqrt{2g}\left[1 + \frac{4H}{5B}\tan(\phi)\right]BH^{\frac{3}{2}}\right)$$

Ecuación de gasto real

Siendo Cd el coeficiente de descarga o calibración del vertedor, el mismo que toma valores de acuerdo a la geometría del vertedero, coeficientes presentados en la figura 3.

Metodología de la investigación

Se construyeron y ensayaron los vertederos trapezoidales, bajo las siguientes consideraciones:

- Vertederos de pared delgada.
- Vertederos de paramento w, mayor que la carga máxima de agua sobre la cresta del vertedor.
- Los taludes de los vertederos oscilaron de 45° a 90°, respecto al eje de coordenadas X.
- La longitud de cresta de los vertederos, fue la misma para todos.
- Los vertederos se instalaron verticalmente respecto a la solera del canal, así como también verticalmente con relación a las paredes del canal.
- El contorno de la vena líquida en contacto con la presión atmosférica.
- Para cada una de las alturas de agua, se determinó el caudal de descarga, esto para cada uno de los vertederos ensayados, caudales reales que fueron contrastados con los caudales teóricos

del modelo matemático, y mediante la expresión $Cd = \frac{Q_r}{Q_t}$, se determinaron los coeficientes de descarga que se presentan en la figura 3.

Análisis de resultados

Al ser escasa la información sobre este tipo de vertederos, como parámetro de control se consideró el vertedero trapezoidal denominado Cipolletti, el mismo que tiene la relación de taludes X:Y (1:4), con un coeficiente de descarga semejante a 0,605 (Sotelo, 2002), es decir un ángulo de 75,964° respecto al eje de coordenadas X, modelo matemático que es empleado en el software HCANALES Versión 3.0 (Billón M., 2015). Como aplicación de la presente investigación parte I, se presenta en la Tabla 1 resultados para vertederos con longitud de cresta de 30, 50, 70 y 90 centímetros, entre otras consideradas, como aplicación de la presente investigación I parte.

Aplicación del Abaco 1

Determinada la relación H/B en el ábaco 1, esta se proyecta verticalmente hasta cortar la curva que corresponde al ángulo de inclinación de los taludes del vertedero y su proyección en el eje de ordenadas determina

el coeficiente de descarga Cd para esa estructura, coeficiente Cd que al afectarlo al modelo matemático teórico, determina el gasto del vertedor.

Discusión

El presente artículo –primera parte–, considera el análisis experimental de vertederos trapezoidales con taludes variables, de ancho o longitud de cresta constante, modelos físicos sometidos a diferentes alturas de agua o cargas de presión. Cabe señalar que a la presente fecha se continúa con la investigación, la misma que considera al menos cinco longitudes de cresta diferente.

Los efectos de escala no siempre son insignificantes, aunque son pequeños, aguas arriba de un vertedero sujeto a desbordamiento, el flujo es sometido a alguna resistencia viscosa, la misma que no afecta significativamente al flujo al cruzar la cresta del vertedero, como los efectos viscosos son pequeños, se puede considerar el flujo como ideal en la determinación de la relación caudal cabeza.

El ábaco 1 presenta curvas de coeficientes de descarga para diferentes taludes de

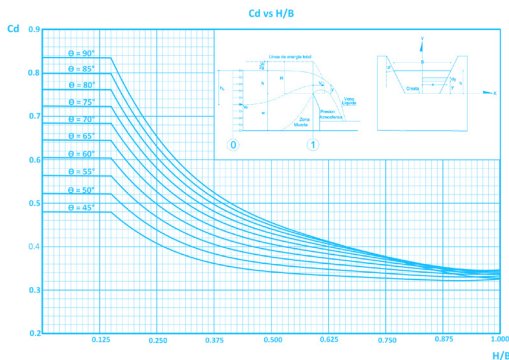


Figura 3.- Abaco 1. Coeficientes de descarga para vertederos trapezoidales de talud variable

Tabla 1: Resultados para los vertederos.

MODELO MATEMÁTICO			APLICACIÓN DEL ÁBACO 1			ΔQ %
B m	H m	Qr l/s	H/B	Cd	Qr l/s	
0,30	0,06	8,19	0,20	0,65	8,80	7,44
0,30	0,07	10,39	0,23	0,60	10,30	0,83
0,30	0,08	12,77	0,27	0,58	12,25	4,13
0,50	0,08	20,86	0,16	0,70	24,13	15,70
0,50	0,10	29,38	0,20	0,65	31,56	7,44
0,50	0,12	38,91	0,24	0,59	37,95	2,48
0,70	0,10	40,68	0,14	0,72	48,41	19,00
0,70	0,12	53,77	0,17	0,71	63,10	17,36
0,70	0,14	68,13	0,20	0,65	73,20	7,44
0,90	0,15	96,56	0,17	0,71	113,19	17,35
0,90	0,17	116,96	0,19	0,69	125,66	7,44
0,90	0,19	138,79	0,21	0,63	144,52	4,13

vertederos, coeficientes que están en función de la relación H/B (carga de agua sobre ancho de cresta), ábaco 1 que será ratificado o modificado conforme avance la presente investigación.

Como parámetro de control se consideró el vertedero trapezoidal Cipolletti, el mismo que tiene la relación de taludes X:Y (1:4), con un coeficiente de calibración semejante a 0,605, modelo matemático que se ajusta respecto al presente estudio con un rango de error de +/- 7% en la determinación de caudales, para la relación H/B que oscila de 0,20 a 0,32.

Conforme los taludes de los vertederos se aproximan a la vertical, el caudal de descarga disminuye, es decir los efectos de contracción presentan mayor influencia.

El coeficiente de descarga afectado por el ángulo (β) de inclinación del talud del vertedero, es inversamente proporcional a la relación H/B.

Estas estructuras hidrotécnicas se localizan en la derivación y medición de caudales, control de niveles en embalses, canales,

estanques, etc., elevación del nivel de agua, laminación de crecidas o avenidas, control de caudales de infiltración en represas, entre otras aplicaciones.

Referencias

- Krochin, E. (2010). *Diseño Hidráulico*. Ecuador: Editorial Universidad Técnica Particular de Loja.
- Mataix, C. (1993). *Mecánica de fluidos y Máquinas Hidráulicas*. España: Ediciones Del Castillo.
- Naudascher, E. (2004). *Hidráulica de Canales*. México: Editorial Limusa S.A.
- Rocha, A. (1998). *Introducción a la Hidráulica de Fluidos*. Perú.
- Sotelo, G. (2002). *Hidráulica General*. México: Editorial Limusa S.A.
- Streeter V. (1970). *Mecánica de fluidos*. México. McGraw-Hill.
- Vergara, M. (1995). *Técnicas de Modelación en Hidráulica*. México: Editorial Alfaomega.

Para citar este artículo utilice el siguiente formato:

Rodríguez, J. Valero, C. y Mendoza, K. (julio-diciembre de 2015). Análisis experimental de coeficientes de descarga en vertederos trapezoidales de pared delgada - Parte I. *YACHANA, Revista Científica*, 4(2), 30-37.